

集合の演算

情報数学入門
2025 年度後期
デジタル社会共創学環 只木進一

- ① 集合の演算
- ② 集合の演算の性質
- ③ 差集合: difference
- ④ べき集合と集合族

全体集合: universal set

- 全体集合 (universal set): ある議論の対象となる全ての要素を含む集合
- 通常、 U で表す
- 例: 自然数全体の集合 $U = \mathbb{N}$
 - 自然数の部分集合間の演算
 - 偶数の集合、3 の倍数の集合など

補集合: complement

- 集合 A の補集合 (complement of A): 全体集合 U のうち、 A に属さない要素全体の集合

$$A^c = \{x \in U \mid x \notin A\} \quad (1.1)$$

$$A \cup A^c = U \quad (1.2)$$

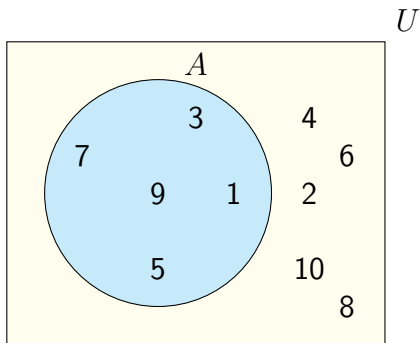
$$A \cap A^c = \emptyset \quad (1.3)$$

例 1.1: 補集合

$$U = \{n \mid 1 \leq n \leq 10, n \in \mathbb{N}\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \subset U$$

$$A^c = \{2, 4, 6, 8, 10\} \subset U$$



和集合と共通部分 (積集合): union and intersection

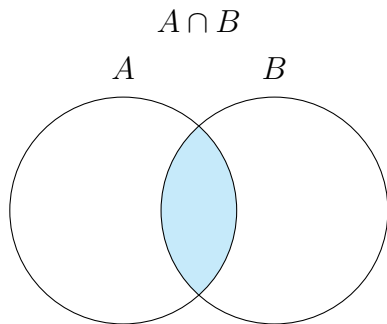
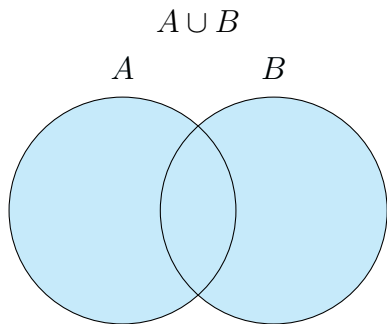
- 集合 A と B の和集合 (union of A and B): A または B に属する要素全体の集合

$$A \cup B = \{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\} \quad (1.4)$$

- 集合 A と B の共通部分 (intersection of A and B): A かつ B に属する要素全体の集合

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\} \quad (1.5)$$

和集合と共通部分 (積集合) の Venn 図



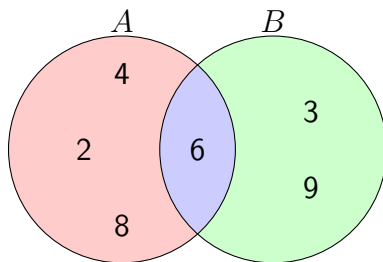
例 1.2: 和集合と共通部分

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{3, 6, 9\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$$

$$A \cap B = \{6\}$$



和集合と共通部分の性質

- 交換法則、結合法則

$$A \cup B = B \cup A \quad (2.1)$$

$$A \cap B = B \cap A \quad (2.2)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \quad (2.3)$$

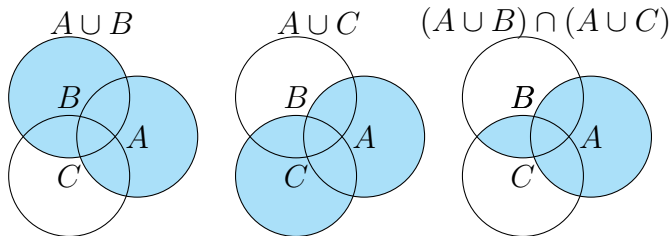
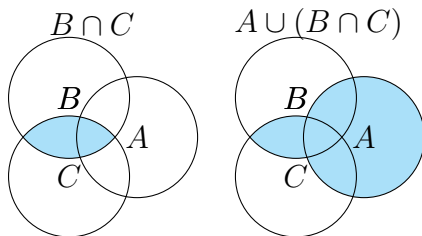
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad (2.4)$$

- 分配法則

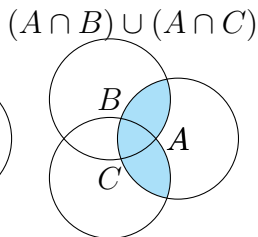
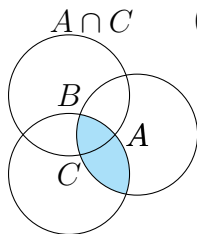
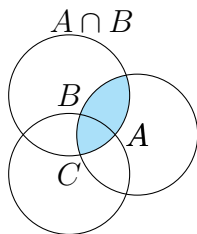
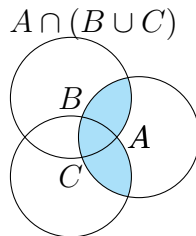
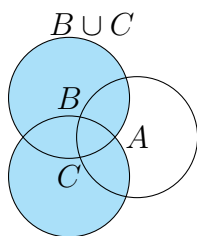
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (2.5)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad (2.6)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$



$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

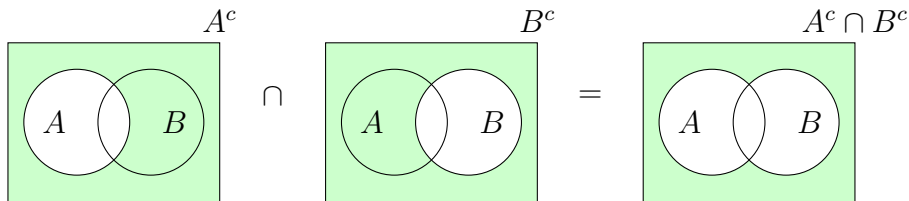
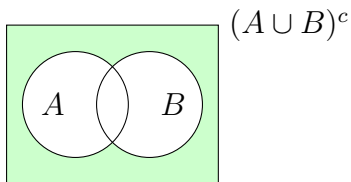


de Morgan の法則

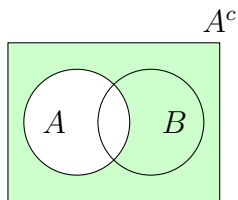
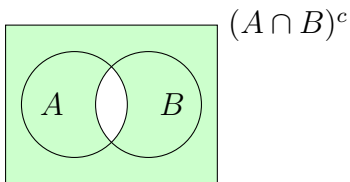
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad (2.7)$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad (2.8)$$

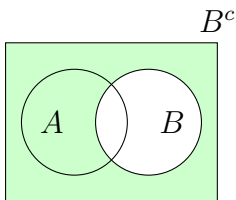
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$



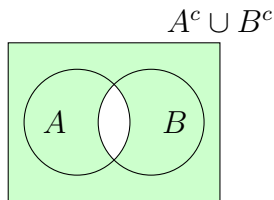
$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$



$\cup$



$=$

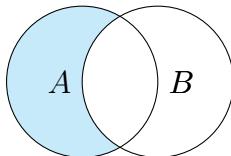


差集合: difference

- 集合 A と B の差集合 (difference of A and B)
 - A に属し、かつ B に属さない要素全体の集合
 - $A \setminus B$ または $A - B$ で表す

$$A - B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \notin B)\} \quad (3.1)$$

$$= A \cap B^c \quad (3.2)$$



べき集合: power set

- 集合 A のべき集合 (power set of A): A の全ての部分集合からなる集合

$$\mathcal{P}(A) = \{X \mid X \subseteq A\} \quad (4.1)$$

- 例えば、 $A = \{1, 2\}$ のとき、

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\} \quad (4.2)$$

- A の要素数が n のとき、 $\mathcal{P}(A)$ の要素数は 2^n

集合族: family of sets

- 集合族 (family of sets): 集合の集合、要素が集合であるような集合
- 例えば、 $A = \{1, 2\}$ のとき、

$$\mathcal{F} = \{\{1\}, \{1, 2\}\} \quad (4.3)$$

$$\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(A) \quad (4.4)$$