

学籍番号								氏名
------	--	--	--	--	--	--	--	----

学籍番号と氏名は丁寧に記載すること

「離散数学・オートマトン」確認テスト

2025/1/27

問 1 式 (1) で定義される文脈自由文法 $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$ を考える。

Let us consider the context-free grammar $G = \langle N, \Sigma, P, S \rangle$ defined in Eq. (1).

$$\begin{aligned} N &= \{S, B, C, X, Y\} \\ \Sigma &= \{a, b, c\} \end{aligned} \tag{1}$$

生成規則 P は式 (2) に示す。

The production rules P are shown in Eq. (2).

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aXB \mid aYC \mid \epsilon \\ X &\rightarrow aXB \mid \epsilon \\ Y &\rightarrow aYC \mid \epsilon \\ B &\rightarrow b \\ C &\rightarrow c \end{aligned} \tag{2}$$

このとき、aaabbb と aaaccc の導出例を示しなさい。

Show the derivation examples of aaabbb and aaaccc.

解答例

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aXB \rightarrow aaXBB \rightarrow aaaXBBB \\ &\rightarrow aaaBBB \rightarrow aaabBB \rightarrow aaabbB \\ &\rightarrow aaabbb \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aYC \rightarrow aaYCC \rightarrow aaaYCCC \\ &\rightarrow aaaCCC \rightarrow aaacCC \rightarrow aaaccC \\ &\rightarrow aaaccc \end{aligned}$$

問 2 前問の文脈自由文法に対応した、空有stackで受理する非決定性プッシュダウントマトンを構成しなさい。

Construct a non-deterministic pushdown automaton that accepts the context-free grammar in the previous question with an empty stack.

解答例 対応する非決定性プッシュダウントマトン $M = \langle \{q\}, \Sigma, N, \delta, q, S, \emptyset \rangle$ を構成する。各生成規則に対応して遷移関数を定義する。

We Construct a non-deterministic pushdown automaton $M = \langle \{q\}, \Sigma, N, \delta, q, S, \emptyset \rangle$ corresponding to the context-free grammar. We define the transition function corresponding to each production rule.

$$1. S \rightarrow aXB \mid aYC \mid \epsilon$$

$$\begin{aligned}\delta(q, \epsilon, S) &= \{(q, \epsilon)\} \\ \delta(q, a, S) &= \{(q, XB), (q, YC)\}\end{aligned}$$

$$2. X \rightarrow aXB \mid \epsilon$$

$$\begin{aligned}\delta(q, a, X) &= \{(q, XB)\} \\ \delta(q, \epsilon, X) &= \{(q, \epsilon)\}\end{aligned}$$

$$3. Y \rightarrow aYC \mid \epsilon$$

$$\begin{aligned}\delta(q, a, Y) &= \{(q, YC)\} \\ \delta(q, \epsilon, Y) &= \{(q, \epsilon)\}\end{aligned}$$

$$4. B \rightarrow b$$

$$\delta(q, b, B) = \{(q, \epsilon)\}$$

$$5. C \rightarrow c$$

$$\delta(q, c, C) = \{(q, \epsilon)\}$$

受理例を示す。We show the acceptance examples.

$$\begin{aligned}(q, aaabbb, S) &\vdash (q, aabb, XB) \\ &\vdash (q, abbb, XBB) \\ &\vdash (q, bbb, XBBB) \\ &\vdash (q, bbb, BBB) \\ &\vdash (q, bb, BB) \\ &\vdash (q, b, B) \\ &\vdash (q, \epsilon, \epsilon)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(q, \text{aaaccc}, S) &\vdash (q, \text{aaccc}, YC) \\&\vdash (q, \text{accc}, YCC) \\&\vdash (q, \text{ccc}, YCCC) \\&\vdash (q, \text{ccc}, CCC) \\&\vdash (q, \text{cc}, CC) \\&\vdash (q, \text{c}, C) \\&\vdash (q, \epsilon, \epsilon)\end{aligned}$$