

「離散数学・オートマトン」 演習問題 10 (解答例)

2024/12/4

1 決定性有限オートマトン: Deterministic Finite Automata (DFA)

課題 1 式 (1.1) で定義する決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。遷移関数は図 1 に示す。

Let us consider a deterministic finite automaton $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ defined by Eq. (1.1). The transition function is shown in Fig. 1.

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\ \Sigma &= \{a, b\} \\ F &= \{q_4\} \end{aligned} \tag{1.1}$$

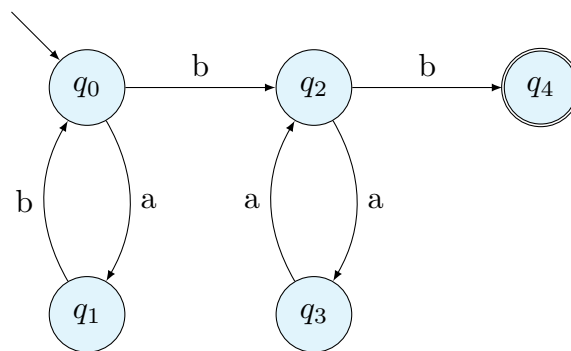


図 1 DFA M

このとき、受理される文字列のうち、長さが 5 以上のものを 3 つ示しなさい。また、そのうちの二つについて、 $(q, a) \vdash_M (q, w)$ の形式で、状態遷移を示しなさい。

Show three strings that are accepted by the automaton and have a length of 5 or

more. Also, show the state transitions for two of accepted strings in the form of $(q, a) \vdash_M (q, w)$.

解答例 以下に例示する。0 個以上の **ab** の後に **b** が続き、0 個以上の **aa** の後に **b** が一つ続く文字列を受理する。

Examples of accepted strings are shown below. The automaton accepts strings that have zero or more **ab** followed by **b**, and zero or more **aa** followed by one **b**.

baaaab, abbaab, ababbb

以下に状態遷移を示す。The state transitions are shown below.

$$\begin{aligned}
 (q_0, \text{baaaaab}) &\vdash (q_2, \text{aaaab}) \\
 &\vdash (q_3, \text{aaab}) \\
 &\vdash (q_2, \text{aab}) \\
 &\vdash (q_3, \text{ab}) \\
 &\vdash (q_2, \text{b}) \\
 &\vdash (q_4, \epsilon) \\
 (q_0, \text{abbaab}) &\vdash (q_1, \text{bbaab}) \\
 &\vdash (q_0, \text{baab}) \\
 &\vdash (q_2, \text{aab}) \\
 &\vdash (q_3, \text{ab}) \\
 &\vdash (q_2, \text{b}) \\
 &\vdash (q_4, \epsilon) \\
 (q_0, \text{ababbb}) &\vdash (q_1, \text{babbb}) \\
 &\vdash (q_0, \text{abbb}) \\
 &\vdash (q_1, \text{bbb}) \\
 &\vdash (q_0, \text{bb}) \\
 &\vdash (q_2, \text{b}) \\
 &\vdash (q_4, \epsilon)
 \end{aligned}$$

課題 2 式 (1.2) で定義する決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。遷移関数は図 2 に示す。

Let us consider a deterministic finite automaton $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ defined by

Eq. (1.2). The transition function is shown in Fig. 2.

$$\begin{aligned} Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3\} \\ \Sigma &= \{a, b\} \\ F &= \{q_3\} \end{aligned} \tag{1.2}$$

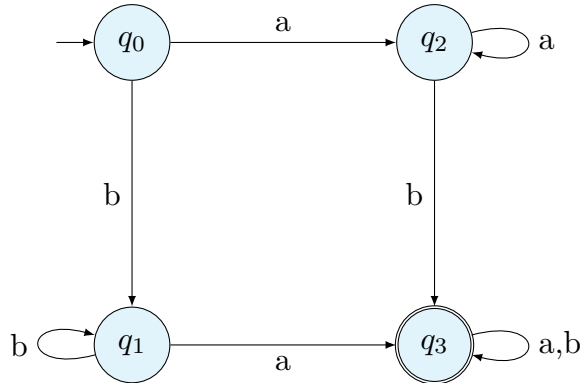


図2 DFA M

このとき、受理される文字列のうち、長さが5以上のものを3つ示しなさい。また、そのうちの二つについて、 $(q, a) \vdash_M (q, w)$ の形式で、状態遷移を示しなさい。

Show three strings that are accepted by the automaton and have a length of 5 or more. Also, show the state transitions for two of accepted strings in the form of $(q, a) \vdash_M (q, w)$.

解答例 以下に例示する。2つのパターンがある。

The accepted strings are shown below. There are two patterns.

1. 1個以上の a の後、1個の b が続き、 a または b が0個以上続く文字列を受理する。

The automaton accepts strings that have one or more a followed by one b , and zero or more a or b .

2. 1個以上の b の後、1個の a が続き、 a または b が0個以上続く文字列を受理する。

The automaton accepts strings that have one or more b followed by one a , and zero or more a or b .

aabab, bbbab, bbbba

以下に状態遷移を示す。The state transitions are shown below.

$$\begin{aligned}
(q_0, aabab) &\vdash (q_2, abab) \\
&\vdash (q_2, bab) \\
&\vdash (q_3, ab) \\
&\vdash (q_3, b) \\
&\vdash (q_3, \epsilon) \\
(q_0, bbbab) &\vdash (q_1, bbab) \\
&\vdash (q_1, bab) \\
&\vdash (q_3, ab) \\
&\vdash (q_3, b) \\
&\vdash (q_3, \epsilon) \\
(q_0, bbbba) &\vdash (q_1, bbba) \\
&\vdash (q_1, bba) \\
&\vdash (q_1, ba) \\
&\vdash (q_3, a) \\
&\vdash (q_3, \epsilon)
\end{aligned}$$

2 非決定性有限オートマトン: Non-deterministic Finite Automata (NFA)

課題 3 式 (2.1) で定義する非決定性有限オートマトン $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ を考える。遷移関数は図 3 に示す。

Let us consider a non-deterministic finite automaton $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ defined by Eq. (2.1). The transition function is shown in Fig. 3.

$$\begin{aligned}
Q &= \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\} \\
\Sigma &= \{a, b\} \\
F &= \{q_3\}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

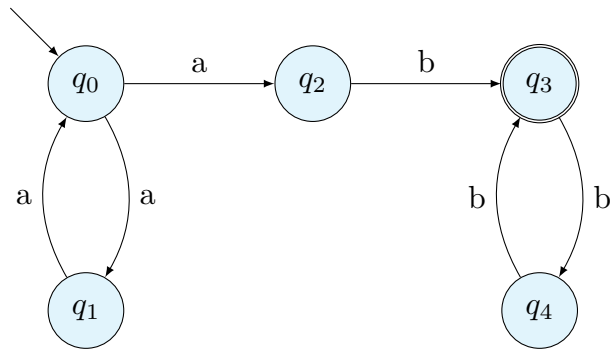


図3 NFA M

このとき、受理される文字列のうち、長さが5以上のものを4つ示せ。また、そのうちの二つについて、 $(q, a) \vdash_M (q, w)$ の形式で、状態遷移を示しなさい。

Show four strings that are accepted by the automaton and have a length of 5 or more. Also, show the state transitions for two of accepted strings in the form of $(q, a) \vdash_M (q, w)$.

解答例 以下に例示する。奇数個の **a** の後、奇数個の **b** が続く文字列を受理する。

Examples of accepted strings are shown below. The automaton accepts strings that have an odd number of **a** followed by an odd number of **b**.

aaabbb, abbbbb, aaaaab

以下に状態遷移を示す。The state transitions are shown below.

$$\begin{aligned}(q_0, aaabbb) &\vdash_M (q_1, aabbb) \\ &\vdash_M (q_0, abbb) \\ &\vdash_M (q_2, bbb) \\ &\vdash_M (q_3, bb) \\ &\vdash_M (q_4, b) \\ &\vdash_M (q, \epsilon) \\ (q_0, abbbbb) &\vdash_M (q_2, bbbbb) \\ &\vdash_M (q_3, bbbb) \\ &\vdash_M (q_4, bbb) \\ &\vdash_M (q_3, bb) \\ &\vdash_M (q_4, b) \\ &\vdash_M (q_3, \epsilon) \\ (q_0, aaaaaab) &\vdash_M (q_1, aaaab) \\ &\vdash_M (q_0, aaab) \\ &\vdash_M (q_1, aab) \\ &\vdash_M (q_0, ab) \\ &\vdash_M (q_2, b) \\ &\vdash_M (q_3, \epsilon)\end{aligned}$$